



Gondoli

Mao-Kongin gondolihiisi on kuuluisa nähtävyys Taieissa. Järjestelmä muodostuu syklisestä radasta, yhdestä asemasta, ja n gondolihiisistä, jotka on numeroitu tunnuksilla $1, \dots, n$. Gondolihiisit liikkuvat rataa ympäri aina samaan suuntaan. Kun gondoli i on ohittanut aseman, seuraava aseman ohittava gondoli on $i + 1$, jos $i < n$, tai gondoli 1 , jos $i = n$.

Gondolit saattavat hajoilla. Onneksi meillä on äärettömästi varagondoleita, jotka on numeroitu luvuilla $n + 1, n + 2, \dots$. Kun gondoli hajoaa, se korvataan (samaa kohtaan rataa) ensimmäisellä käytettävissä olevalla varagondolilla, eli sillä, jonka tunnus on pienin. Esimerkiksi jos gondoleita on 5 ja gondoli 1 hajoaa, se korvataan gondolilla 6.

Tapanasi on seisoskella asemalla ja katsoa kun gondolit kulkevat ohi. *Gondolijonolla* tarkoitetaan näkemääsi aseman ohi kulkevien gondolien tunnusten jonoa, jonka pituus on n . On mahdollista, että jotkin gondolit ovat hajonneet ja ne on vaihdettu uusiin ennen kuin saavuit asemalle, mutta mitkään gondolit eivät hajoa katsoessasi.

Huomaa, että sama tilanne voi tuottaa useampia gondolijonoja, riippuen siitä, minkä gondolin näet ensimmäisenä saavuttuasi asemalle. Esimerkiksi jos yksikään gondoli ei ole hajonnut, sekä $(2, 3, 4, 5, 1)$ että $(4, 5, 1, 2, 3)$ ovat mahdollisia gondolijonoja, mutta $(4, 3, 2, 5, 1)$ ei ole (koska gondolit ovat väärässä järjestyksessä).

Jos gondoli 1 hajoaa, niin on mahdollista havaita gondolijono $(4, 5, 6, 2, 3)$. Jos gondoli 4 hajoaa seuraavaksi, korvaamme sen gondolilla 7 ja voimme havaita gondolijonon $(6, 2, 3, 7, 5)$. Jos gondoli 7 hajoaa tämän jälkeen, korvaamme sen gondolilla 8 ja voimme havaita gondolijonon $(3, 8, 5, 6, 2)$.

hajoava gondoli	uusi gondoli	mahdollinen gondolijono
1	6	$(4, 5, 6, 2, 3)$
4	7	$(6, 2, 3, 7, 5)$
7	8	$(3, 8, 5, 6, 2)$

Korvausjonolla tarkoitamme jonoa, joka muodostuu hajonneiden gondolien tunnuksista siinä järjestyksessä kun ne hajoavat. Edellisessä esimerkissä korvausjono on $(1, 4, 7)$. Korvausjono r tuottaa gondolijonon g , jos voidaan havaita gondolijono g gondolien hajottua korvausjonon r mukaisesti.

Gondolijonon tarkastus

Ensimmäisessä kolmessa osatehtävässä sinun tulee tarkastaa, onko syötejono gondolijono. Katso alla olevasta taulukosta esimerkkejä gondolijonoista ja jonoista, jotka eivät ole gondolijonoja. Sinun tulee toteuttaa funktio `valid`.

- `valid(n, inputSeq)`
 - n : syötejonon pituus.

- `inputSeq`: taulukko kokoa n ; `inputSeq[i]` on syötejonon alkio kohdassa i kaikilla $0 \leq i \leq n - 1$.
- Funktion tulee palauttaa 1, jos syötejono on gondolijono, ja muussa tapauksessa 0.

Osatehtävät 1, 2, 3

osatehtävä	pisteet	n	<code>inputSeq</code>
1	5	$n \leq 100$	sisältää jokaisen luvun $1, \dots, n$ täsmälleen kerran
2	5	$n \leq 100\,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n$
3	10	$n \leq 100\,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250\,000$

Esimerkkejä

osatehtävä	<code>inputSeq</code>	paluuarvo	selitys
1	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)	1	
1	(3, 4, 5, 6, 1, 2)	1	
1	(1, 5, 3, 4, 2, 7, 6)	0	1 ei voi esiintyä heti ennen lukua 5
1	(4, 3, 2, 1)	0	4 ei voi esiintyä heti ennen lukua 3
2	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 5)	0	kaksi gondolia tunnuksella 5
3	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	1	korvausjono (5, 8)
3	(10, 4, 3, 11, 12)	0	4 ei voi esiintyä heti ennen lukua 3

Korvausjono

Seuraavissa kolmessa osatehtävässä sinun tulee muodostaa mahdollinen korvausjono, joka tuottaa annetun gondolijonon. Mikä tahansa tällainen korvausjono hyväksytään. Sinun tulee toteuttaa funktio `replacement`.

- `replacement(n, gondolaSeq, replacementSeq)`
 - n : syötejonon pituus.
 - `gondolaSeq`: taulukko kokoa n ; `gondolaSeq` on gondolijono, ja `gondolaSeq[i]` on gondolijonon alkio kohdassa i kaikilla $0 \leq i \leq n - 1$.
 - Funktion tulee palauttaa korvausjonon pituus l .
 - `replacementSeq`: taulukko, joka on riittävän pitkä tallentamaan korvausjono; palauta korvausjono kirjoittamalla sen kohdan i alkio alkioon `replacementSeq[i]` kaikilla $0 \leq i \leq l - 1$.

Osatehtävät 4, 5, 6

osatehtävä	pisteet	n	<code>gondolaSeq</code>
------------	---------	-----	-------------------------

osatehtävä	pisteet	n	<code>gondolaSeq</code>
4	5	$n \leq 100$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq n + 1$
5	10	$n \leq 1\,000$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 5\,000$
6	20	$n \leq 100\,000$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 250\,000$

Esimerkkejä

osatehtävä	<code>gondolaSeq</code>	paluarvo	<code>replacementSeq</code>
4	(3, 1, 4)	1	(2)
4	(5, 1, 2, 3, 4)	0	()
5	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	2	(5, 8)

Korvausjonojen laskeminen

Seuraavissa neljässä osatehtävässä sinun tulee laskea sellaisten mahdollisten korvausjonojen lukumäärä, jotka tuottavat annetun jonon (joka voi olla todellinen gondolijono tai ei), modulo **1 000 000 009**. Sinun tulee toteuttaa funktio `countReplacement`.

- `countReplacement(n, inputSeq)`
 - n : syötejonon pituus.
 - `inputSeq`: taulukko kokoa n ; `inputSeq[i]` on syötejonon taulukon alkio kohdassa i kaikilla $0 \leq i \leq n - 1$.
 - Jos syötejono on gondolijono, laske sen tuottavien korvausjonojen lukumäärä ja palauta tämä luku modulo **1 000 000 009**. Jos syötejono ei ole gondolijono, funktion tulee palauttaa 0. Jos syötejono on gondolijono, mutta mikään gondoli ei hajonnut, funktion tulee palauttaa 1.

Osatehtävät 7, 8, 9, 10

osatehtävä	pisteet	n	<code>inputSeq</code>
7	5	$4 \leq n \leq 50$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n + 3$
8	15	$4 \leq n \leq 50$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 100$, ja ainakin $n - 3$ alkuperäisistä gondoleista $1, \dots, n$ ei hajonnut.
9	15	$n \leq 100\,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250\,000$
10	10	$n \leq 100\,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 1\,000\,000\,000$

Esimerkkejä

osatehtävä	<code>inputSeq</code>	paluarvo	korvausjono
7	(1, 2, 7, 6)	2	(3, 4, 5) tai (4, 5, 3)

osatehtävä	inputSeq	paluarvo	korvausjono
8	(2, 3, 4, 12, 6, 7, 1)	1	(5, 8, 9, 10, 11)
9	(4, 7, 4, 7)	0	inputSeq ei ole gondolijono
10	(3, 4)	2	(1, 2) or (2, 1)

Toteutus

Sinun tulee lähettää tarkalleen yksi tiedosto nimeltä `gondola.c`, `gondola.cpp` tai `gondola.pas`. Tiedoston tulee toteuttaa kaikki kolme yllä kuvattua aliohjelmaa (vaikka ratkaisisitkin vain osan osatehtävistä), käyttäen seuraavia runkoja. Sinun täytyy myös liittää mukaan otsikotiedosto `gondola.h` C/C++-toteutuksessa.

C/C++-ohjelmat

```
int valid(int n, int inputSeq[]);
int replacement(int n, int gondolaSeq[], int replacementSeq[]);
int countReplacement(int n, int inputSeq[]);
```

Pascal-ohjelmat

```
function valid(n: longint; inputSeq: array of longint): integer;
function replacement(n: longint; gondolaSeq: array of longint;
var replacementSeq: array of longint): longint;
function countReplacement(n: longint; inputSeq: array of longint):
longint;
```

Esimerkkitarkastin

Esimerkkitarkastin lukee syötteen seuraavassa muodossa:

- rivi 1: T , osatehtävännumero jonka ohjelmasi on tarkoitus ratkaista ($1 \leq T \leq 10$).
- rivi 2: n , syötejonon pituus.
- rivi 3: Jos T on 4, 5, tai 6, tämä rivi sisältää arvot `gondolaSeq[0], ..., gondolaSeq[n-1]`. Muuten tämä rivi sisältää arvot `inputSeq[0], ..., inputSeq[n-1]`.