



Gondola

מערכת הגונדולות בטייפיי היא מאוד מפורסמת. מערכת הגונדולות מורכבת ממסילה מעגלית, תחנה אחת, ו- n גונדולות הממוספרות 1 עד n . כל הגונדולות זזות על המסילה המעגלית בכיוון אחד קבוע. אם $i < n$, אז אחרי שגונדולה i עוברת בתחנה, הגונדולה הבאה שעוברת בתחנה היא גונדולה $i + 1$. אם $i = n$ אז הגונדולה הבאה היא גונדולה 1.

לפעמים גונדולות מתקלקלות. למזלנו יש אינסוף גונדולות רזרביות, שמשפרהן $n + 2$, $n + 1$ וכך הלאה. כאשר גונדולה מתקלקלת, מחליפים אותה (באותו מקום במסילה) בגונדולה הרזרבית שמשפרה הוא הקטן ביותר מבין הגונדולות שעוד לא השתמשו בהן. למשל, אם יש 5 גונדולות וגונדולה 1 מתקלקלת, אז מחליפים אותה בגונדולה 6.

אתם עומדים בתחנה ורואים את הגונדולות חולפות. נגיד שסדרה של n מספרים היא סדרה גונדולרית (gondola sequence) אם זה אפשרי שסדרה זו מתארת את מספרי הגונדולות שאתם רואים בתחנה לפי הסדר בו הן מגיעות. ייתכן שהתקלקלו גונדולות לפני שהגעתם לתחנה, אבל מרגע שהגעתם לתחנה מובטח שכבר לא מתקלקלות גונדולות.

שימו לב שאותם קלקולים יכולים לייצר סדרות גונדולריות שונות בהתאם לזמן שבו אתם מגיעים לתחנה. למשל, גם הסדרה $(2, 3, 4, 5, 1)$ וגם הסדרה $(4, 5, 1, 2, 3)$ הן סדרות גונדולריות, ושתיהן מתאימות למצב שבו אף גונדולה לא התקלקלה. לעומת זאת, $(4, 3, 2, 5, 1)$ היא לא סדרה גונדולרית (כי הגונדולות מופיעות בסדר הלא נכון).

הסדרה $(4, 5, 6, 2, 3)$ היא סדרה גונדולרית שמתאימה למצב שבו רק גונדולה 1 התקלקלה. הסדרה $(6, 2, 3, 7, 5)$ היא סדרה גונדולרית המתאימה למצב שבו אחר-כך גם גונדולה 4 התקלקלה (ולכן הוחלפה בגונדולה 7). הסדרה $(3, 8, 5, 6, 2)$ מתאימה למצב שבו אחר-כך גם גונדולה 7 התקלקלה (ולכן הוחלפה בגונדולה 8).

גונדולה שהתקלקלה	גונדולה חדשה	סדרת גונדולרית מתאימה
1	6	$(4, 5, 6, 2, 3)$
4	7	$(6, 2, 3, 7, 5)$
7	8	$(3, 8, 5, 6, 2)$

נקרא בשם סדרת קלקולים (replacement sequence) לסדרת הגונדולות שהתקלקלו, לפי הסדר בו התקלקלו. בדוגמא שתוארה, סדרת הקלקולים היא $(1, 4, 7)$. נאמר שסדרת קלקולים r יוצרת (produces) את הסדרה הגונדולרית g אם הסדרה הגונדולרית g מתאימה למצב שבו הגונדולות התקלקלו לפי סדרת הקלקולים r .

בדיקת סדרה

בשלוש התת-משימות הראשונות, אתם מקבלים סדרה, ועליכם לבדוק האם זאת סדרה גונדולרית. בטבלת הדוגמאות הבאה מתוארות סדרות ומצוין לגבי כל אחת מהן האם היא סדרה גונדולרית. עליכם לממש פונקציה בשם valid.

• $\text{valid}(n, \text{inputSeq})$

- n : אורך הסדרה הנתונה.

- inputSeq : מערך מספרים באורך n שמתאר את הסדרה שאותה צריך לבדוק.

- הפונקציה צריכה להחזיר 1 אם הסדרה הנתונה היא סדרה גונדולרית. אחרת, היא צריכה להחזיר 0.

תת-משימות 1,2,3

תת-משימה	נקודות	n	inputSeq
1	5	$n \leq 100$	מכיל כל מספר בין 1 ל- n בדיוק פעם אחת
2	5	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n$
3	10	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250,000$

דוגמאות

הערות	ערך החזרה	inputSeq	תת־משימה
	1	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)	1
	1	(3, 4, 5, 6, 1, 2)	1
1 לא יכול להופיע מיד לפני 5	0	(1, 5, 3, 4, 2, 7, 6)	1
4 לא יכול להופיע מיד לפי 3	0	(4, 3, 2, 1)	1
שתי גונדולות שמספרן 5	0	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 5)	2
סדרת קלקולים (5, 8)	1	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	3
4 לא יכול להופיע מיד לפני 3	0	(10, 4, 3, 11, 12)	3

סדרת קלקולים

בשלוש התת־משימות הבאות, נתונה סדרה גונדולרית ועליכם לבנות סדרת קלקולים מתאימה. אם יש יותר מאחת, כל אחת תתקבל. עליכם לממש את הפונקציה replacement.

• replacement(n, gondolaSeq, replacementSeq)

- n : אורך הסדרה הנתונה.
- gondolaSeq: מערך מספרים באורך n . מובטח שהוא מתאר סדרה גונדולרית.
- ערך החזרה של הפונקציה הוא אורך סדרת הקלקולים שאתם בונים.
- במערך replacementSeq עליכם להחזיר את סדרת הקלקולים שבניתם. מובטח שהמערך גדול מספיק.

תת־משימות 4,5,6

gondolaSeq	n	נקודות	תת־משימה
$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq n + 1$	$n \leq 100$	5	4
$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 5,000$	$n \leq 1,000$	10	5
$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 250,000$	$n \leq 100,000$	20	6

דוגמאות

replacementSeq	ערך חזרה	gondolaSeq	תת־משימה
(2)	1	(3, 1, 4)	4
()	0	(5, 1, 2, 3, 4)	4
(5, 8)	2	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	5

ספירת סדרות קלקולים

בארבע התת־משימות הבאות, נתונה סדרה (לאו דווקא סדרה גונדולרית), ועליכם לספור כמה סדרות קלקולים מייצרות אותה. עליכם להחזיר את התשובה מודולו 1,000,000,009. עליכם לממש את הפונקציה countReplacement.

• countReplacement(n, inputSeq)

- n : אורך הסדרה הנתונה.
- inputSeq: מערך של n מספרים המתאר את הסדרה הנתונה.
- ערך החזרה של הפונקציה הוא מספר סדרות קלקולים שמייצרות את הסדרה הנתונה, מודולו 1,000,000,009. אם הסדרה הנתונה היא לא סדרה גונדולרית, צריך להחזיר 0. אם הסדרה הנתונה היא סדרה גונדולרית שמתאימה למצב שבו אף גונדולה לא התקלקלה, אז צריך להחזיר 1.

תת־משימות 7,8,9,10

inputSeq	n	נקודות	תת־משימה
$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n + 3$	$4 \leq n \leq 50$	5	7
$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 100$ ומובטח שמתוך הגונדולות $1, \dots, n$, לפחות 3 לא התקלקלו	$4 \leq n \leq 50$	15	8
$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250,000$	$n \leq 100,000$	15	9
$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 1,000,000,000$	$n \leq 100,000$	10	10

סדרת קלוקלים	ערך החזרה	inputSeq	תת-משימה
(4, 5, 3) או (3, 4, 5)	2	(1, 2, 7, 6)	7
(5, 8, 9, 10, 11)	1	(2, 3, 4, 12, 6, 7, 1)	8
זאת לא סדרה גונדולרית	0	(4, 7, 4, 7)	9
(2, 1) או (1, 2)	2	(3, 4)	10

פרטי מימוש

עליכם להגיש בדיוק קובץ אחד, ששמו `gondola.c`, `gondola.cpp` או `gondola.pas`. בקובץ הזה עליכם לממש את שלוש הפונקציות (אפילו אם אתם פותרים רק חלק מהתת-משימות) לפי החתימות הבאות. אם אתם מתכנתים ב-`C/C++` אז אתם צריכים לעשות `include gondola.h` לקובץ `gondola.h`.

C/C++ Program

```
int valid(int n, int inputSeq[]);
int replacement(int n, int gondolaSeq[], int replacementSeq[]);
int countReplacement(int n, int inputSeq[]);
```

Pascal Program

```
function valid(n: longint; inputSeq: array of longint): integer;
function replacement(n: longint; gondolaSeq: array of longint; var replacementSeq: array of longint): longint;
function countReplacement(n: longint; inputSeq: array of longint): longint;
```

Sample grader

The sample grader reads the input in the following format:

- line 1: T , the subtask number your program intends to solve ($1 \leq T \leq 10$).
- line 2: n , the length of the input sequence.
- line 3: If T is 4,5, or 6, this line contains `gondolaSeq[0], ..., gondolaSeq[n-1]`. Otherwise this line contains `inputSeq[0], ..., inputSeq[n-1]`.