



# Thuyền Gondola

Mao-Kong Gondola là một địa điểm du lịch nổi tiếng ở Đài Bắc. Hệ thống thuyền gondola gồm một đường ray vòng tròn, một bến đỗ duy nhất, và  $n$  thuyền gondola được gắn chỉ số là các số liên tiếp từ 1 đến  $n$  chạy vòng quanh đường ray theo một hướng cố định. Sau khi chiếc thuyền gondola  $i$  đi qua bến đỗ, chiếc tiếp theo sẽ đi qua bến đỗ là chiếc gondola  $i + 1$  nếu  $i < n$ , hoặc chiếc gondola 1 nếu  $i = n$ .

Các thuyền gondola có thể bị hỏng. May mắn là chúng ta có một số lượng không hạn chế các thuyền gondola dự trữ được đánh số  $n + 1$ ,  $n + 2$ , v.v. Khi một chiếc thuyền gondola bị hỏng, nó sẽ được thay thế (ở đúng vị trí của nó ở trên đường ray) bằng chiếc thuyền dự trữ đầu tiên, cụ thể là chiếc thuyền dự trữ có chỉ số nhỏ nhất. Ví dụ, nếu có năm chiếc thuyền gondola và chiếc gondola 1 bị hỏng thì ta sẽ thay nó bằng chiếc gondola 6.

Bạn thích thú với việc đứng ở bến đỗ và ngắm các thuyền gondola đi qua bến đỗ. Một *dãy thuyền gondola* là một dãy  $n$  số là chỉ số của các thuyền gondola đi qua bến đỗ. Có thể xảy ra trường hợp một hoặc nhiều chiếc thuyền gondola bị hỏng (và được thay thế) trước khi bạn đến, nhưng không có chiếc gondola nào bị hỏng trong thời gian bạn đứng ngắm tại bến đỗ.

Lưu ý rằng cùng một cấu hình của các thuyền gondola trên đường ray có thể cho ra nhiều dãy thuyền gondola, tùy thuộc vào việc khi bạn có mặt ở bến đỗ thì chiếc gondola nào là chiếc đầu tiên đi qua bến đỗ. Ví dụ nếu không có chiếc gondola nào bị hỏng thì cả (2, 3, 4, 5, 1) và (4, 5, 1, 2, 3) là các dãy thuyền gondola có thể, nhưng (4, 3, 2, 5, 1) thì không phải (vì các chiếc gondola xuất hiện sai thứ tự).

Nếu chiếc gondola 1 bị hỏng, thì ta có thể quan sát thấy dãy thuyền gondola (4, 5, 6, 2, 3). Nếu tiếp theo chiếc gondola 4 bị hỏng, ta thay nó bởi chiếc gondola 7 và ta có thể quan sát thấy dãy thuyền gondola (6, 2, 3, 7, 5). Nếu sau đó chiếc gondola 7 bị hỏng, ta thay nó bởi chiếc gondola 8 và ta có thể quan sát thấy dãy thuyền gondola (3, 8, 5, 6, 2).

gondola bị hỏng	gondola thay thế	dãy thuyền gondola có thể
1	6	(4, 5, 6, 2, 3)
4	7	(6, 2, 3, 7, 5)
7	8	(3, 8, 5, 6, 2)

Một *dãy thay thế* là một dãy số gồm chỉ số các thuyền gondola bị hỏng, theo thứ tự mà chúng bị hỏng. Ở ví dụ trên, dãy thay thế là (1, 4, 7). Một dãy thay thế  $r$  tạo ra một dãy thuyền gondola  $g$  nếu sau khi các chiếc gondola bị hỏng theo dãy thay thế  $r$ , dãy thuyền gondola  $g$  có thể được quan sát thấy.

## Kiểm tra dãy thuyền Gondola

Ở trong ba subtask đầu tiên, bạn phải kiểm tra liệu một dãy đầu vào có phải là một dãy thuyền gondola hay không. Hãy xem các ví dụ ở bảng dưới đây để biết dãy nào là dãy thuyền gondola và dãy nào không phải. Bạn cần cài đặt hàm `valid`.

- `valid(n, inputSeq)`
  - $n$ : độ dài của dãy đầu vào.
  - `inputSeq`: mảng có độ dài  $n$ ; `inputSeq[i]` là phần tử thứ  $i$  của dãy đầu vào với  $0 \leq i \leq n - 1$ .
  - Hàm phải trả về giá trị 1 nếu dãy đầu vào là một dãy thuyền gondola, hoặc 0 trong trường hợp ngược lại.

### Subtasks 1, 2, 3

subtask	điểm	$n$	<code>inputSeq</code>
1	5	$n \leq 100$	mỗi số trong khoảng từ 1 to $n$ xuất hiện đúng một lần
2	5	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n$
3	10	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250,000$

### Ví dụ

subtask	<code>inputSeq</code>	giá trị trả về	ghi chú
1	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)	1	
1	(3, 4, 5, 6, 1, 2)	1	
1	(1, 5, 3, 4, 2, 7, 6)	0	1 không thể xuất hiện ngay trước 5
1	(4, 3, 2, 1)	0	4 không thể xuất hiện ngay trước 3
2	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 5)	0	hai chiếc gondola có cùng chỉ số 5
3	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	1	dãy thay thế (5, 8)
3	(10, 4, 3, 11, 12)	0	4 không thể xuất hiện ngay trước 3

## Dãy thay thế

Trong ba subtask tiếp theo, bạn phải xây dựng một dãy thay thế mà tạo ra một dãy thuyền gondola cho trước. Bất kỳ dãy thay thế nào thỏa mãn điều kiện này đều được chấp nhận. Bạn cần cài đặt hàm `replacement`.

- `replacement(n, gondolaSeq, replacementSeq)`
  - $n$  là độ dài của dãy thuyền gondola.
  - `gondolaSeq`: dãy có độ dài  $n$ ; `gondolaSeq` được đảm bảo là một dãy thuyền gondola, và `gondolaSeq[i]` là phần tử  $i$  của dãy với  $0 \leq i \leq n - 1$ .
  - Hàm phải trả về  $l$ , là độ dài của dãy thay thế.

- `replacementSeq`: mảng đủ lớn để chứa dãy thay thế; bạn cần trả về dãy thay thế bằng cách gán giá trị phần tử  $i$  của dãy thay thế cho `replacementSeq[i]`, với  $0 \leq i \leq l - 1$ .

### Subtasks 4, 5, 6

subtask	điểm	$n$	<code>gondolaSeq</code>
4	5	$n \leq 100$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq n + 1$
5	10	$n \leq 1,000$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 5,000$
6	20	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{gondolaSeq}[i] \leq 250,000$

### Ví dụ

subtask	<code>gondolaSeq</code>	giá trị trả về	<code>replacementSeq</code>
4	(3, 1, 4)	1	(2)
4	(5, 1, 2, 3, 4)	0	( )
5	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	2	(5, 8)

## Đếm số dãy thay thế

Trong bốn subtask tiếp theo, bạn phải đếm số lượng các dãy thay thế có thể, mà tạo ra một dãy cho trước (có thể là một dãy thuyền gondola hoặc không phải), lấy phần dư khi chia cho **1,000,000,009**. Bạn cần cài đặt hàm `countReplacement`.

- `countReplacement(n, inputSeq)`
  - $n$ : độ dài của dãy đầu vào.
  - `inputSeq`: mảng có độ dài  $n$ ; `inputSeq[i]` là phần tử  $i$  của dãy đầu vào với  $0 \leq i \leq n - 1$ .
  - Nếu dãy đầu vào là một dãy thuyền gondola, hãy đếm số lượng các dãy thay thế mà tạo ra dãy thuyền gondola này (có thể có giá trị cực kỳ lớn), và trả về phần dư khi chia số này cho **1,000,000,009**. Nếu dãy đầu vào không phải là một dãy thuyền gondola, hàm phải trả về giá trị 0. Nếu dãy đầu vào là một dãy thuyền gondola nhưng không có chiếc gondola nào bị hỏng, hàm phải trả về 1.

### Subtasks 7, 8, 9, 10

subtask	điểm	$n$	<code>inputSeq</code>
7	5	$4 \leq n \leq 50$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq n + 3$
8	15	$4 \leq n \leq 50$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 100$ , và ít nhất $n - 3$ chiếc gondola ban đầu $1, \dots, n$ không bị hỏng.
9	15	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 250,000$

subtask	điểm	$n$	inputSeq
10	10	$n \leq 100,000$	$1 \leq \text{inputSeq}[i] \leq 1,000,000,000$

## Ví dụ

subtask	inputSeq	giá trị trả về	dãy thay thế
7	(1, 2, 7, 6)	2	(3, 4, 5) hoặc (4, 5, 3)
8	(2, 3, 4, 12, 6, 7, 1)	1	(5, 8, 9, 10, 11)
9	(4, 7, 4, 7)	0	inputSeq không phải là một dãy thuyền gondola
10	(3, 4)	2	(1, 2) hoặc (2, 1)

## Chi tiết cài đặt

Bạn phải nộp duy nhất một file được đặt tên `gondola.c`, `gondola.cpp` hoặc `gondola.pas`. File này phải cài đặt cả ba chương trình con mô tả ở trên (ngay cả khi bạn chỉ định giải quyết một vài subtask), sử dụng các đặc tả dưới đây. Bạn cũng cần nạp header file `gondola.h` khi cài đặt sử dụng C/C++.

### C/C++ programs

```
int valid(int n, int inputSeq[]);
int replacement(int n, int gondolaSeq[], int replacementSeq[]);
int countReplacement(int n, int inputSeq[]);
```

### Pascal programs

```
function valid(n: longint; inputSeq: array of longint): integer;
function replacement(n: longint; gondolaSeq: array of longint;
var replacementSeq: array of longint): longint;
function countReplacement(n: longint; inputSeq: array of longint):
longint;
```

### Sample grader

Sample grader đọc dữ liệu đầu vào sử dụng định dạng sau:

- dòng 1:  $T$ , số thứ tự của subtask mà chương trình của bạn định giải quyết ( $1 \leq T \leq 10$ ).
- dòng 2:  $n$ , độ dài của dãy đầu vào.
- dòng 3: Nếu  $T$  là 4, 5, hoặc 6, dòng này chứa `gondolaSeq[0], ..., gondolaSeq[n-1]`. Ngược lại dòng này chứa `inputSeq[0], ..., inputSeq[n-1]`.